

Rollspelsövningar för undervisning av matematiska modeller på universitetsnivå

Jonas Westin* och Johan Svensson
Umeå universitet, Sverige

Matematiska modeller används i många sammanhang för att beskriva system, undersöka frågeställningar och skapa beslutsunderlag. Samtidigt ställer denna typ av matematiskt tänkande och problemformulering ofta höga krav på användarens matematiska förmågor. På kurser med inslag av matematisk modellering kan därför en del studenter ha svårt att tillgodogöra sig och förstå abstrakta matematiska modeller och deras kopplingar till den omvärld som modellerna avser att beskriva. I denna artikel beskrivs och diskuteras resultatet av ett pedagogiskt utvecklingsprojekt med syfte att utveckla och utvärdera rollspel som metod för undervisning i matematik och statistik på universitetsnivå. En slutsats från projektet är att det framförallt är studenternas reflektioner och analyser efter själva övningen som skapar en djupare förståelse för de bakomliggande koncepten och idéerna. Rollet spel avser att spegla genom att länka samman matematiska modeller och teorier med studenternas upplevelser från rollspelsövningen. Användning av rollspelsövningar vid undervisning i högre matematik kan både vara ett verktyg för att repetera kursinnehåll och för att sänka abstraktionsnivån. En tidig version av artikeln har presenterats vid den universitetspedagogiska konferensen vid Umeå universitet 2017.

Nyckelord: rollspel, gestaltning, köteori, matematikundervisning, matematisk modellering

Role-playing exercises for teaching mathematical models at university level

Mathematical models are used in many contexts to describe systems, analyze questions, and create basis for decision-making. The required level of mathematical thinking and problem formulation skills in these models often put a high demand on the user's mathematical abilities. In courses with elements of mathematical modeling, some students may therefore find it difficult to understand abstract mathematical models and their connections to the real world. This article presents and discusses the results of a pedagogical development project with the aim of developing and evaluating role play as a method for teaching mathematics and statistics in higher education. After the exercise, the students' experiences from the role play exercise are linked to the mathematical models and theories in a reflection session. A result from the project is that it is above all the students' reflections after the exercise that create a deeper understanding of the underlying mathematical concepts. The use of role-playing exercises in teaching higher mathematics can both be a tool for rehearsing course content, and for lowering the level of abstraction. An early draft of the article was presented at the university pedagogical conference at Umeå University in 2017.

Keywords: role play, queue theory, mathematics teaching, mathematical modeling

*Författarkontakt: Jonas Westin, e-post: jonas.westin@umu.se

Artiklar och reflektioner är kollegialt granskade. Övriga bidragstyper granskas av redaktionen. Se <https://hogreutbildning.se> ISSN 2000-7558

©2022 Jonas Westin & Johan Svensson. This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 International License (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>), allowing third parties to share their work (copy, distribute, transmit) and to adapt it, under the condition that the authors are given credit, that the work is not used for commercial purposes, and that in the event of reuse or distribution, the terms of this license are made clear.

Citation: Westin, J. & Svensson, J. (2022). «Rollspelsövningar för undervisning av matematiska modeller på universitetsnivå», *Högre utbildning*, 12(1), 38–46. <https://doi.org/10.23865/hu.v12.2747>

INLEDNING

Matematiska modeller används i många sammanhang för att beskriva system, undersöka frågeställningar och skapa beslutsunderlag. Detta görs genom att den del av omvärlden man är intresserad av omformuleras till en matematisk modell. Genom att beskriva verkliga fenomen i termer av matematik kan matematiska verktyg och metoder användas för att systematiskt analysera egenskaper och frågeställningar inom allt från fysikaliska och tekniska system till samhällsvetenskapliga och ekonomiska processer. Samtidigt ställer denna typ av matematiskt tänkande och problemformulering ofta höga krav på användarnas matematiska förmåga. Utan tillräckliga kunskaper och erfarenhet av matematiskt språk och tänkande kan det vara svårt att både tillgodogöra sig abstrakta modeller och att förhålla sig kritiskt till de antaganden och förenklingar dessa modeller bygger på.

På kurser med inslag av matematisk modellering kan därför en del studenter ha svårt att tillgodogöra sig och förstå abstrakta matematiska modeller och deras kopplingar till den omvärld som modellerna avser att beskriva. Detta gör det svårt att abstrahera vad som ska in i modellen, vad som kommer ut ur modellen, vad som händer i modellen och vilka slutsatser man kan dra (och inte kan dra) från det som modellen visar. Detsamma gäller vilka antaganden och begränsningar som finns i modellen och i vilka situationer som modellen är tillämpbar. Det vill säga, hur resultat från modellen ska avkodas till slutsatser om det som modellen avser att studera. I slutändan riskerar studenterna endast kunna identifiera indata i standardformulerade texter och sätta in siffrorna i på förhand givna matematiska formler istället för att erhålla en djupare förståelse för de bakomliggande samband och idéer som de matematiska modellerna avser att beskriva.

Kursen *Statistik med inriktning mot logistik* ges under andra årskursen inom civil-ekonomprogrammet med inriktning mot handel och logistik vid Handelshögskolan vid Umeå universitet och syftar till att studenterna ska bekanta sig med matematiska modeller och verktyg som underlag för beslutsfattande. En pedagogisk utmaning i kursen är att många av de modeller och verktyg som ingår i kursmaterialet har en förhållandevis hög matematisk nivå medan det stora flertalet av de studenter som läser kursen tidigare endast kommit i kontakt med matematik på universitetsnivå inom grundläggande kurser i statistik och nationalekonomi. Detta gör att många studenter ägnar sig åt ytinläring och mönstermatchning¹ av matematiska formler snarare än att skapa en djupare förståelse för de bakomliggande sambanden som de matematiska modellerna avser att avspegla.

Undervisningen fastnar på detta sätt lätt i ett fokus på de tidiga stegen i Blooms taxonomi (minnas, förstå, tillämpa) och "lower-order thinking skills" där studenter använder inlärd fakta för att genomföra välkända beräkningar eller lösa välbekanta problem, istället för på de senare (analysera, värdera, skapa) och "higher-order thinking" där högre krav ställs på icke-algoritmiskt tänkande, bakomliggande matematisk förståelse och att applicera kunskapen på nya problem (Anderson & Krathwohl, 2001; Thompson, 2008). Den kunskap som studenterna tar med sig riskerar därför att vara flyktig och inte användbar i verkliga situationer där problemformuleringar och modeller inte exakt följer de mönster som använts i kurslitteraturen och på föreläsningarna (Donovan & Bransford, 2005; Hiebert et al., 1996; Hiebert et al., 1997).

¹ Mönstermatchning innebär att en uppgift löses enbart genom att angivna siffror i uppgiften sätts in på rätt plats i rätt formel från formelbladet (eller minnet). Rätt svar beräknas utan att någon egentlig förståelse av problemet i uppgiften.

I denna reflektion beskrivs och diskuteras erfarenheter från ett högskolepedagogiskt utvecklingsprojekt där vi utvecklat en rollspelsövning för undervisning i matematik och statistik på universitetsnivå. Artikeln syftar både till att ge ett exempel på hur rollspel kan användas i högre matematikundervisning och till att diskutera erfarenheter från utvecklingen av övningen. Rollspelet bidrar med ett studentaktivt inslag i undervisningen i ett ämne som vanligtvis präglas av mera traditionella undervisningsmetoder.

MATEMATISK MODELLERING

Matematik är ett kraftfullt språk och verktyg för att uttrycka och analysera logiska idéer och resonemang på ett konsistent sätt. Lingefjärd (2006) definierar matematisk modellering som *"a mathematical process that involves observing a phenomenon, conjecturing relationships, applying mathematical analyses (equations, symbolic structures, etc.), obtaining mathematical results, and reinterpreting the model"*. En matematisk modell är en beskrivning av ett system med hjälp av matematik där egenskaper och relationer i den del av omvärlden man är intresserad av omkodas (matematiseras) till logiska samband. Med hjälp av matematiska beräkningar kan sedan dessa logiska samband utnyttjas för att dra nya slutsatser. I det sista steget avkodas eller tolkas resultat från de matematiska beräkningarna till slutsatser om det som modellerna beskriver (Ärlebäck, 2013). Eftersom validiteten och generaliserbarheten hos slutsatserna starkt påverkas av hur denna kodning och avkodning går till är det viktigt att kunna förhålla sig till denna process på ett medvetet och kritiskt sätt (Findeisen & Quade, 1985; Page, 2018). Utan denna medvetenhet finns risken att man drar för stora eller felaktiga slutsatser från modellernas resultat.

I undervisning som innehåller matematiska modeller ställs därför stora krav på studenternas förmåga till matematiskt tänkande. Detta kan speciellt vara en utmaning i kurser med inslag av matematiska modeller och statistik som riktar sig till studentgrupper som inte är tränade att tänka "matematiskt". Liknande inlärningssvårigheter har identifierats hos studenter vars kärnämnen och huvudsakliga intressen ligger vid sidan av statistik och matematik (Ljungkvist, 2017).

ROLLSPEL SOM PEDAGOGISK METOD

Rollspel är en pedagogisk metod som kan användas för att undersöka scenarier, öva på yrkesroller eller avbilda olika system i en lektionssal. Metoden används i en mängd olika typer av kurser och ämnesområden. Inom psykologi, medicin, juridik, socialt arbete och pedagogik används rollspel för färdighetsträning av praktiska arbetssituationer och kommunikation. Rollspel används för att simulera förhandlingssituationer inom freds- och konfliktstudier och studier i internationellt humanitärt arbete (Löfquist, 2017). I biologi har rollspelsövningar använts för att beskriva och öka förståelsen för komplexa biologiska system (Rao & Stupans, 2012). Inom matematik har rollspel eller gestaltning använts i framförallt förskolan (Bäckman, 2015). Däremot är dokumenterade exempel på användning av dessa pedagogiska metoder inom högre matematikkurser på universitetsnivå betydligt mer ovanliga.

Rollspel som pedagogisk metod omfattar därför många olika former av spel. Det kan både syfta på spel där studenter övar och utforskar olika roller och på spel med ett större fokus på simulering av system.² I denna text ligger fokus på rollspel för simulering av system.

² En jämförelse kan göras med olika typer av rollspel inom rollspelshobbyn där en skillnad kan göras mellan friformsrollspel med fokus på berättande och mer regelbaserade bordsrollspel med större inslag av träningslag och regler för simulering av olika situationer.

Inspiration för upplägget har bland annat hämtats från Kolbs idéer om lärande genom upplevelser och erfarenheter (Kolb, 2014). Denna form av rollspelsövning kräver ett mer aktivt deltagande från studenterna jämfört med mer traditionella föreläsningar. Aktiva undervisningsformer har lyfts fram som ett viktigt sätt för att skapa förståelse för teorier och begrepp (Hedin, 2006). Rollspel knyter med detta synsätt tydligt an till konstruktivistiska modeller för lärande och pragmatiska teorier där kunskap skapas genom interaktion med omvärlden och konkreta erfarenheter (Molander, 1996). Kunskap och förståelse skapas med detta betraktelsesätt genom ett samspel mellan erfarenhet, handling och reflektion (Schön, 1983). Bland andra Schwartz och Bransford (1998) argumenterar för att studenter lättare kan lära sig begrepp om de får träna på aktiviteter där begreppen tillämpas.

ROLLSPELSÖVNING OM KÖTEORI

Kursen *Statistik med inriktning mot logistik* innehåller flera matematiska och statistiska modeller och metoder för beslutsfattande inom handel och logistik. Kursen innehåller många tröskelbegrepp³ som studenterna behöver ta sig igenom. Då flera av dessa tröskelbegrepp är baserade på för studentgruppen relativt avancerad matematik har många studenter upplevt kursen som svår.

Ett av momenten som ingår i kursen är köteori. Köteori omfattar en samling matematiska modeller som beskriver egenskaper hos olika typer av köer. Modellerna beskriver hur och varför köer uppstår och egenskaper och beteenden hos olika typer av köer. Modellerna har praktisk användning vid beräkning och dimensionering av flöden i exempelvis butikskassor och telefonköer. Centrala begrepp omfattar nyckeltal som betjänings- och ankomstintensitet, genomsnittlig tid i kö och genomsnittlig kölängd men också komplicerade och abstrakta begrepp såsom jämvikt och stationär fördelning (Edlund et al., 1999; Enger & Grandell, 2003).

Köteori har varit ett av de moment i kursen som flest studenter haft problem att klara vid tidigare examinationer. Detta har speciellt gällt i de fall då examinationsuppgiften mönstermässigt avvikit från de problem som funnits på tidigare examinationer, vilket är en indikation på att många studenter löst problemet genom mönstermatchning snarare än genom förståelse av modellens bakomliggande idéer. Eftersom köteori rent teoretiskt är baserat på matematik på relativt hög nivå är det svårt att inom ramen för kursen ge matematiska förklaringar till många av de egenskaper modellerna uppvisar. Detta gör det i sin tur svårt för många studenter att genom matematiken erhålla djupare förståelse för de fenomen som modellerna beskriver.

Syftet med rollspelsövningen är att studenterna ska få praktisk erfarenhet av nyckelbegrepp och egenskaper hos de kömodeller som ingår i kursen. Genom att studenterna aktivt får vara med och uppleva olika kösituationer är tanken att studenterna ska få ”mentala krokar” att hänga upp de teoretiska begreppen på. Rollspelsövningen ska på detta sätt erbjuda alternativa vägar att förstå de koncept och idéer som modellerna bygger på vilket kan underlätta momentets tröskelpassager.

Rollspelsövningen är uppdelad i fyra aktiviteter som genomförs under loppet av två veckor parallellt med mer traditionella föreläsningar och räkneövningar om köteori.

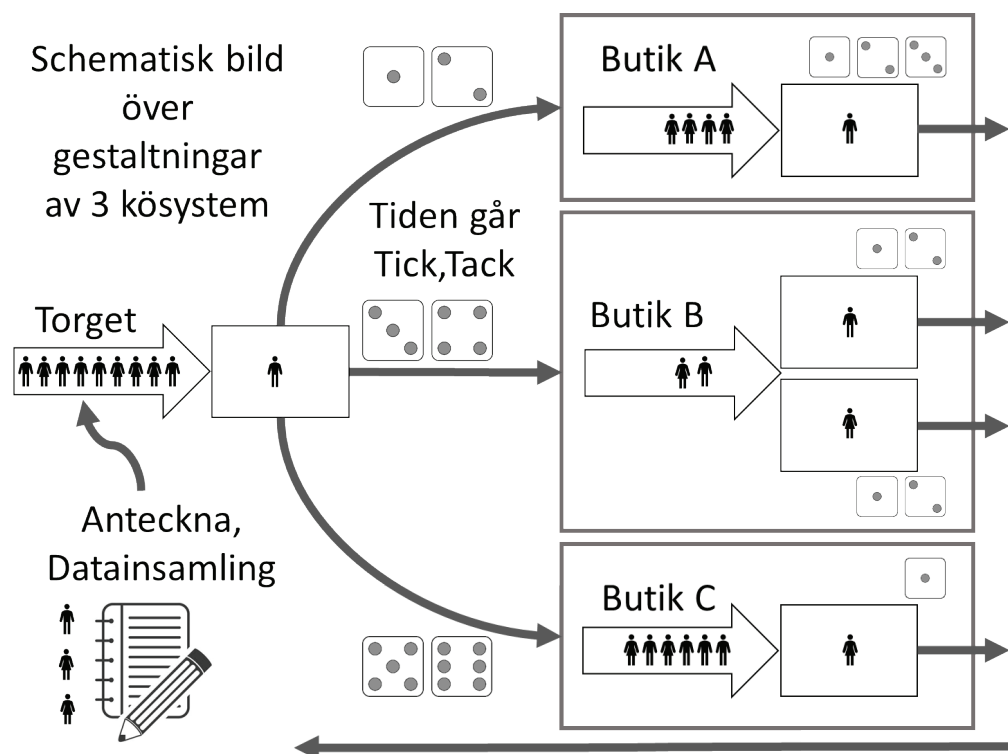
³ Ljungkvist (2017) beskriver tröskelbegrepp som ett begrepp för ”vilket en passage över tröskeln är en förutsättning för djupt lärande och för att komma vidare i sitt lärande inom ämnet”.

1. Planeringssession med framtagning av datainsamlingsplan

Övningen inleds med en planeringssession där studenterna ges tillfälle att förbereda sig inför rollspelsövningen och konstruera en datainsamlingsplan för att samla in data. Aktiviteten inleds med en introduktionsföreläsning där grundläggande koncept och nyckeltal beskrivs och förklaras. Studenterna tar därefter gruppvis fram en insamlingsplan med förslag på vilka observerbara egenskaper från spelet som ska antecknas samt hur dessa ska användas för att empiriskt estimeras nyckeltal och egenskaper hos de undersökta kösystemen. Tanken med förberedelserna är också att ge studenterna ett begreppsramverk för att lättare kunna koppla sina upplevelser från rollspelsövningen till de teoretiska begreppen.

2. Genomförande av rollspelsövning och datainsamling

Rollspelsövningen genomförs i helklass under en halvdag där studenterna spelar kunder och kassapersonal i tre butiker med olika typer av kösystem. Butik A har en snabb kassa, butik B har två parallella långsammare kassor med en gemensam kö och butik C har en långsam kassa. För att simulera hur kunderna ankommer till butikerna och tiden det tar att betjäna kunder används tärningar. En illustration av övningen visas i Figur 1.



Figur 1. Schematisk bild över körollspelet

Övningen inleds med att studenterna kommer överens om en gemensam datainsamlingsplan. Därefter delas studenterna in i roller som kunder och kassapersonal. Tiden i övningen är indelad i diskreta tidssteg. När spelet startar står alla kunder i en kö på torget utanför butikerna. Vid

varje tidssteg slår den första personen i varje kö en tärning. Beroende på vad tärningen visar får personen antingen stanna kvar eller gå vidare i systemet. På torget bestämmer tärningsslaget vilken av butikerna kunden går in i. Om butiken är tom går kunden direkt till en ledig kassa och inväntar nästa tidssteg. Om alla kassor är upptagna ställer sig kunden sist i butikens kö i väntan på sin tur. I varje butik bestämmer tärningsslagen om kunden vid kassan är färdigbetjänad och kan gå tillbaka ut till torget eller om hen får stå kvar till nästa tidssteg och slå tärningarna igen. Beroende på hur studenterna utformat sin datainsamlingsplan ansvarar olika roller för att samla in olika uppgifter. Ofta har de studenter som varit kassapersonal i varje butik ansvarat för att vid varje tidssteg anteckna hur många kunder som står i deras kö och kunderna har fått ansvara för att anteckna hur många tidssteg det tog att passera en butik.⁴

Efter övningen sammanställs alla insamlade data och görs tillgänglig för alla grupper. Övningen ger på detta sätt ett dataunderlag för nästa aktivitet som syftar till att empiriskt estimeras nyckeltal för butikerna.

3. Datasammanställning och empirisk estimering av nyckeltal

I den tredje aktiviteten används det insamlade dataunderlaget och insamlingsplanen för att empiriskt estimeras nyckeltal för butikernas tre kösystem. Ett syfte med aktiviteten är också att sammanställa intryck och upplevelser från rollspelsövningen och koppla samman dessa med teorin.

Ett viktigt begrepp inom köteori som många studenter haft svårt med är jämvikt. En kö är i jämvikt om dess egenskaper inte förändras över tiden. Många av de nyckeltal och beräkningsformler som används i kursen är enbart giltiga för köer som befinner sig i jämvikt. I rollspelet var endast butik A och B i jämvikt. I butik C var sannolikheterna anpassade så att den genomsnittliga kölängden växte under övningen vilket medförde att fler och fler studenter fastnade i kön i butik C. Tanken är att på ett konkret sätt illustrera vad som händer om antagande om jämvikt i de teoretiska modellerna inte är uppfyllt och knyta jämviktsbegreppet till en tydlig upplevelse från rollspelsövningen.

4. Teoretisk beräkning av nyckeltal och jämförelse mellan teori och experiment

I den avslutande aktiviteten använder studenterna de teoretiska modeller som behandlats på momentets föreläsningar och räkneövningar för att beräkna teoretiska nyckeltal för de kösystem som simulerades i övningen. Syftet med den avslutande aktiviteten är både att ytterligare knyta studenternas erfarenheter från rollspelsövningen till momentets teoretiska modeller och begrepp och att diskutera och exemplifiera skillnader mellan teoretiska kömodeller och verkliga köer.

DISKUSSION OCH SAMMANFATTANDE SLUTSATSER

Övningen har utvecklats från vårterminen 2014 fram till idag där flera olika upplägg har undersökts och utvärderats. Under de första tre åren bestod övningen endast av ett fristående övningsfall utan efterföljande reflektion och analys. Kursutvärderingar från dessa tillfällen visade att

⁴ Antalet butiker som simuleras och vilka regler som gäller för ankomst och betjäning i respektive butik behöver anpassas efter antalet studenter som deltar i övningen. I de spel vi genomförde anpassades reglerna till ungefär 30–40 deltagare. Alla butiker antogs vara lika populära (samma sannolikhet att väljas) och sannolikheten att en betjäning i en enskild kassa lyckades sattes till 15/36 i butik A, 8/36 i butik B och 9/36 i butik C.

många studenter visserligen upplevde övningen som ett roligt inslag men hellre haft traditionella föreläsningar eller räkneövningar. Lärarna på kursen uppfattade situationen på liknande sätt och såg att den fristående övningen inte fungerade som tänkt. Utan en tydlig koppling till övrigt kursinnehåll hade många studenter svårt att koppla sina upplevelser från rollspelet till matematiken.

Vårterminen 2017 flyttades rollspelsövningen till slutet av köteorimomentet och övningen kompletterades med ett inledande förberedelsesteg och avslutande reflektions- och analyssteg. Studenterna var överväldigande positiva. Efter genomförd kurs ansåg 75% att de ur lärosynvinkel föredrog övningen framför traditionell undervisning, 15% var neutrala medan 10% föredrog mer traditionell undervisning. En slutsats från kursutvärderingen var att övningen i huvudsak fungerade som en repetition av tidigare behandlat material och inte som ett hjälpmedel för att sänka abstraktionsnivån vid inläring av nya teoretiska koncept och idéer för de studenter som hade svårigheter med momentet. På detta sätt gynnade övningen framförallt studenter som redan tillgodogjort sig kursinnehållet.

Till kursomgången 2018 flyttades rollspelsövningen till början av köteorimomentet. Efter en kort introduktion till viktiga begrepp genomfördes de första tre aktiviteterna. I slutet av momentet användes aktivitet 4 för att knyta samman kursmomentets teoretiska modeller med erfarenheter och resultat från rollspelet. Kursutvärderingen visade att studenternas upplevelse av rollspelet den här gången var delad. Ungefär hälften av studenterna på kursen uppskattade övningen och såg en pedagogisk vinst. Lärarna uppfattade att en del av den frustration och osäkerhet som kan uppstå vid inläring av nya koncept flyttades från lektioner och räkneövningar till rollspelsövningen. Rollspelsövningen gav studenterna tillgång till en uppsättning mentala krokar som de kunde använda för att hänga upp teoretiska begrepp vid senare lektioner. Som lärare var det också värdefullt att kunna hänvisa tillbaka till studenternas erfarenheter från rollspelsövningen när nya begrepp introducerades under föreläsningarna. ”Minns ni när ni stod i butik C och kön till kassan bara blev längre och längre, detta är ett exempel på en icke-stationär process.”

Användning av rollspelsövningar vid undervisning i högre matematik kan således både vara ett verktyg för att repetera kursinnehåll och för att sänka abstraktionsnivån. I slutet av ett kursmoment kan en rollspelsövning vara ett sätt att repetera och knyta ihop teori och praktik. En erfarenhet av projektet är att detta tillvägagångssätt framförallt gynnar studenter som redan tillgodogjort sig kursinnehållet. Om rollspelsövningen däremot placeras i början av kursmomentet kan den vara ett verktyg för att öka förståelsen och sänka abstraktionsnivån för studenter som upplever teorin som svår eller inte har tidigare vana av studier i högre matematik.

Rollspel är en metod som kan ge erfarenheter och upplevelser av olika fenomen och händelseförlopp. En slutsats från projektet är att det framförallt är studenternas reflektioner och analyser efter övningen som skapar en djupare förståelse för de bakomliggande koncepten och idéerna rollspelet avser att spegla genom att länka samman matematiska modeller och teorier med studenternas upplevelser från rollspelsövningen. Utan en aktiv efterföljande analys och tid för reflektion finns risk att dragna erfarenheter inte sätts in i ett sammanhang utan faller bort. Rollspelsövningar kräver därför förberedelser och tid till efterföljande reflektion och analys och behöver integreras med övrigt kursinnehåll.

FÖRFATTARPPRESENTATIONER

Jonas Westin tog sin doktorsexamen på Kungliga tekniska högskolan 2012. Han är lektor vid institutionen för matematik och matematisk statistik vid Umeå universitet och forskare vid

Centrum för regionalvetenskap vid Umeå universitet. En stor del av hans forskning handlar om att använda, utveckla och utvärdera matematiska modeller inom transporter, samhällsekonomi och miljö.

Johan Svensson tog sin doktorsexamen på Chalmers tekniska högskola 2007 vid institutionen för matematisk statistik. Efter avlagd examen flyttade han till Umeå där han är verksam som lektor i statistik på Handelshögskolan vid Umeå universitet. Johan har ett intresse för att tillgängliggöra kunskap baserad på matematik för en icke matematisk publik. På senare år har Johan intresserat sig för biostatistik.

REFERENSER

- Anderson, L. W. & Krathwohl, D. R. (Red.). (2001). *A taxonomy for learning, teaching and assessing: a revision of Bloom's taxonomy of educational objectives*. Longman.
- Bäckman, K. (2015). *Matematiskt gestaltande i förskolan*. [Doktorsavhandling, Högskolan i Gävle, Akademin för utbildning och ekonomi, Avdelningen för utbildningsvetenskap, Didaktik. Åbo Akademi, Finland]. http://bibbild.abo.fi/ediss/2015/backman_kerstin.pdf
- Donovan, S. & Bransford, J. D. (2005). *How students learn history, science, and mathematics in the classroom*. National Academies Press.
- Edlund, P.-O., Högborg, O. & Leonardz, B. (1999). *Beslutsmodeller: redskap för ekonomisk argumentation* (4e uppl.). Studentlitteratur.
- Enger, J. & Grandell, J. (2003). *Markovprocesser och köteori*. Kungliga tekniska högskolan, Institutionen för matematik, avdelningen för matematisk statistik.
- Findeisen, W. & Quade, E. S. (1985). The methodology of systems analysis: an introduction and overview. I H. J. Miser (Red.), *Handbook of systems analysis: Overview of uses, procedures, applications, and practice* (s. 117–150). Elsevier Science Ltd.
- Hedin, A. (2006). *Lärande på hög nivå: Idéer från studenter, lärare och pedagogisk forskning som stöd för utveckling av universitetsundervisningen*. Uppsala universitet avdelningen för utveckling av pedagogik och interaktivt lärande.
- Hiebert, J., Carpenter, T. P., Fennema, E., Fuson, K., Human, P., Murray, H. & Wearne, D. (1996). Problem solving as a basis for reform in curriculum and instruction: the case of mathematics. *Educational researcher*, 25(4), 12–21. <https://www.jstor.org/stable/1176776>
- Hiebert, J., Carpenter, T. P., Fennema, E., Fuson, K. C., Wearne, D., Murray, H., Human, P. & Olivier, A. (1997). *Making sense: Teaching and learning mathematics with understanding*. NH Heinemann.
- Kolb, D. (2014). *Experiential learning: experience as the source of learning and development* (2nd ed.). FT press.
- Lingefjärd, T. (2006). Faces of mathematical modelling. *ZDM – Mathematics Education*, 38(2), 96–112. <https://doi.org/10.1007/BF02655884>
- Ljungkvist, G. (2017). *Tröskelbegreppet; threshold concept Erfarenheter från en kurs som bytte skepnad*. Högskolepedagogiska texter, Enheten för pedagogik och interaktivt lärande (PIL), Göteborgs universitet. https://pil.gu.se/digitalAssets/1663/1663077_ljungkvist-troskelbegreppet.pdf
- Löfquist, L. (2007). Lärdomar från en simulering av humanitär förhandling. *Högre utbildning*, 7(1), 76–80. <https://doi.org/10.23865/hu.v7.957>
- Molander, B. (1996). *Kunskap i handling* (andra rev. upplagan). Bokförlaget Daidalos.
- Page, S. E. (2018). *The model thinker: What you need to know to make data work for you*. Hachette UK.
- Rao, D. & Stupans, I. (2012). Exploring the potential of role play in higher education: development of a typology and teacher guidelines. *Innovations in Education and Teaching International*, 49(4), 427–436. <https://doi.org/10.1080/14703297.2012.728879>

- Schwartz, D. L. & Bransford, J. D. (1998). A time for telling. *Cognition and instruction*, 16(4), 475–522. <https://www.jstor.org/stable/3233709>
- Schön, D. A. (1983). *The reflective practitioner: how professionals think in action*. Basic books.
- Thompson, T. (2008). Mathematics teachers' interpretation of higher-order thinking in Bloom's taxonomy. *International electronic journal of mathematics education*, 3(2), 96–109. <https://doi.org/10.29333/iejme/221>
- Ärlebäck, J. B. (2013). Matematiska modeller och modellering—vad är det? *Nämnamnaren*, 3, 21–26. http://ncm.gu.se/pdf/namnaren/2126_13_3.pdf